

EGY LOKÁLIS DEFORMÁCIÓVAL MEGVALÓSULÓ FÉMTECHNOLÓGIA MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

Pálmai Zoltán

palmayz@t-online.hu

Absztrakt

A fémek megmunkálásánál alkalmazott technológiákat gyakran jellemzi erősen lokalizált nyírési alakváltozás, amely megközelítően adiabatikusnak tekinthető, és egyes esetekben termoplasztikus instabilitáshoz vezet. Forgácsolásnál ilyen a nyírési zóna, amelyben $\gamma=2-50$, $d\gamma/dt \approx 10^4 \text{ s}^{-1}$, $dT/dt \approx 10^6 \text{ K/s}$, és ilyen extrém feltételek mellett esetenként káosz-jelenségek tapasztalhatók. A forgács képződése leírható négydimenziós modellel, amelynél a τ nyírófeszültség, \square deformáció és a T_0 , T hőmérséklet időbeli változását autonóm, nemlineáris differenciálegyenletek, az anyag tulajdonságait pedig exponenciális konstitutív függvény írja le. Fémek forgácsolásánál az anyag deformációja közben esetenként a felületet és az éltartamot rongáló fémes felrakódás, u.n. built-up edge (BUE) képződik. Ennek a forgácsképződésre gyakorolt hatását vizsgáltuk mikroszkópi módszerekkel, és a folyamatra matematikai modellt dolgoztunk ki. Az időkéséses autonóm differenciálegyenletek numerikus megoldását a laboratóriumi vizsgálatok megerősítik.

Astract

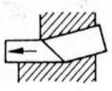
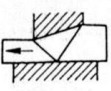
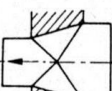
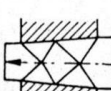
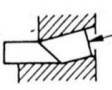
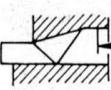
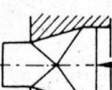
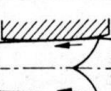
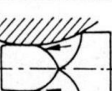
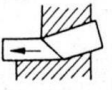

Technologies applied in machining metals are often characterised by highly localised shear strain, which can be regarded nearly as adiabatic, and which might lead to thermoplastic instability in certain cases. In cutting, similar incidents can be observed in the shear zone, in which $\gamma=2-50$, $d\gamma/dt \approx 10^4 \text{ s}^{-1}$, $dT/dt \approx 10^6 \text{ K/s}$, and under such extreme conditions chaotic phenomena may occur occasionally. Chip formation can be described by a four-dimensional model, where the variation of shear stress τ , deformation \square and temperature T in time are given by autonomous differential equations, while the material characteristics are determined by exponential constitutive functions. Deformation of the material may occur occasionally during turning and the formation of a metallic deposit, the so called built-up edge (BUE), which may dilapidate the surface and shorten the tool life. We have observed its effect on chip formation with microscopic techniques and have developed a mathematical model for the process. The laboratory experience confirms the numeric solution of the time delayed autonomous differential equations.

Keywords : Machinig, chip formation, thermoplastic insability, mathematical model

1. Bevezetés

Piispanen mutatott rá, hogy számos fémalakítási technológiánál hasonlóan a deformáció meglehetősen jól körülhatárolható sávokban megy végbe, és ezek alakváltozási jellemzői nagyrészt meg is határozzák az egész technológiai művelet műszaki sajátosságait [1]. Minthogy a forgácsolásnak már több mint 150 éve jól dokumentált szakirodalma [2], elmélete, régóta széles körben kutatott és alkalmazott vizsgáló technikája [3] és rengeteg publikált mérési eredménye van, a forgácstőben végbemenő folyamatok modellezése nem csak ennek a technológiának az elméleti alapjait szélesíti, hanem közvetlen adalékkal szolgálhat egy sor más fémalakítási technológia fejlesztéséhez is. A bőség zavara egyébként problémát is okozhat, egy stockholmi disszertáció az irodalmi áttekintésben a forgácsoláselmélet 49 modelljét sorakoztatta fel [4]. Ezek mind statikus modellek, a technológia dinamikájával – eltekintve a rugalmas megmunkáló rendszer rezgéseitől – viszonylag kevés munka foglalkozik [5-8]. Ezek eredményeire is támaszkodva a kutatás tárgya ebben a munkában az anyag alakítási folyamatának dinamikája.

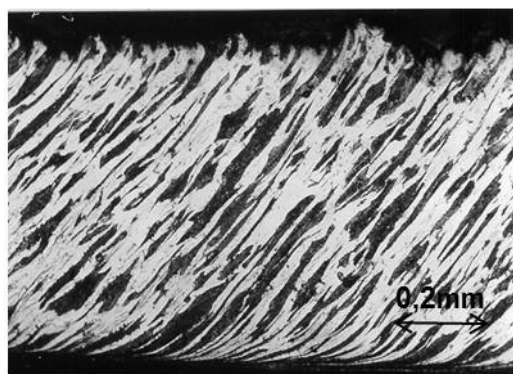
A tanulmány a forgácsképződésnél a modellfejlesztés folyamatát is bemutatja.

Alakítás módja	Alakváltozási zónák száma			
	1	2	4	8
Húzás				
Extrudálás				
Hengerlés				
Nyírófeszültség mérése				
Folyó forgács képződése				

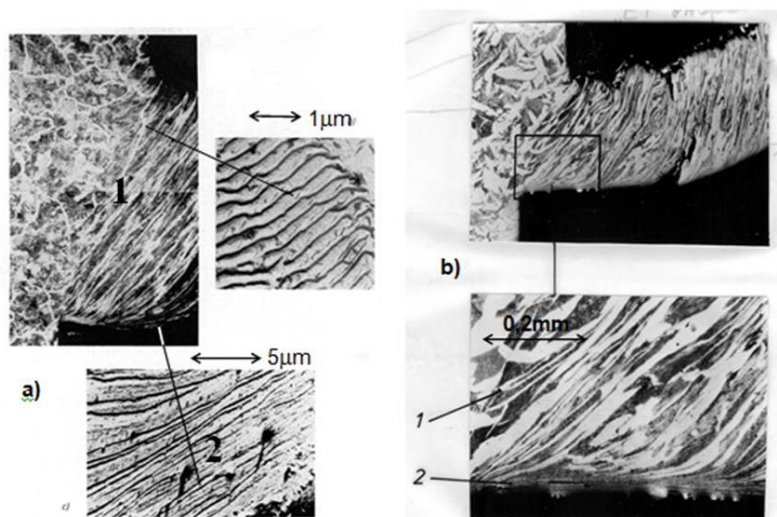
1. ábra. Jellegzetes alakváltozási zónák a különböző technológiáknál.

2. A forgácsképződés fő jellegzetességei, forgácstanulmányok

A forgácsoláselemélet leggyakrabban tárgyalt alapesete az u.n. folyóforgács kialakulása, amelynél az anyag a munkadarabról egyenletes vastagságú forgács formájában távozik (2. ábra). A forgácstestben a deformáció a nyírási zónában alakul ki (3. ábrán 1), a szerszámmal érintkező anyagban pedig többnyire igen intenzív alakváltozás figyelhető meg. Ezt áramlási rétegnek szokás nevezni (3. ábrán 2), amely önmagában is megkülönböztetett figyelmet érdemel, mert nagy nyomáson, gyakran olyan magas hőmérsékleten érintkezik a szerszámmal, hogy akár helyi hegesések is létrejöhetnek, miközben a forgács a szerszámon nagy sebességgel elhalad. Ennek bizonyítékai a 3/b ábrán a forgács alján látható kis függőleges csapocskák, amelyek a forgácstő mintavételekor keletkeztek. Ezeknél nyilvánvalóan helyi hegedés következett be.

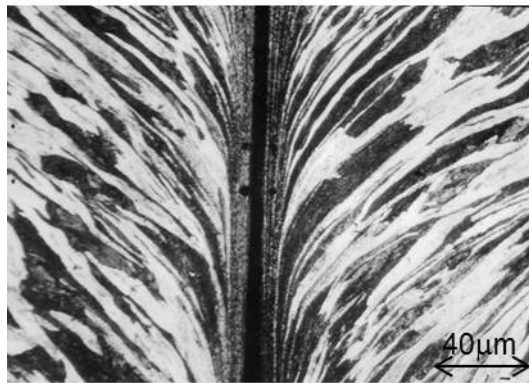


2. ábra. Tipikus folyóforgács hosszmetsete ($v=150\text{m/min}$, $f=0,26\text{mm/ford.}$).



3. ábra. A forgácstő fő deformációs zónái: 1 nyírási zóna, 2 áramlási zóna
 a) A deformáció jellegzetességei ($v=100\text{m/min}$); b) A szerszám és a forgács érintkezése
 $v=150\text{m/min}$.

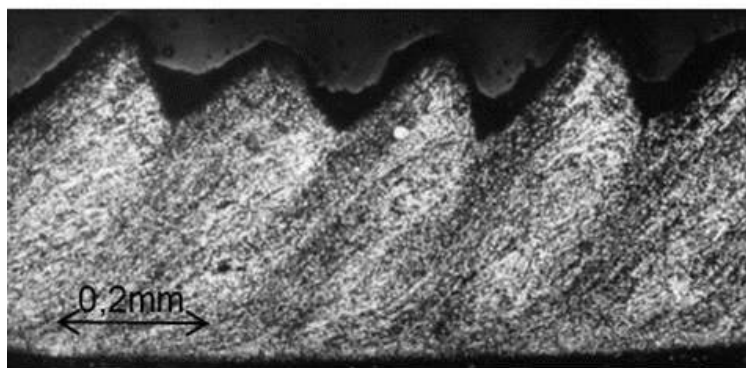
A forgács alsó, szerszámon elhaladó anyagának magas hőmérsékletét jelzi a 4. ábrán a forgács hosszmetsetek metallográfiai képe. A baloldali forgács a normális körülményeknek megfelelően levegőn hűlt, a jobboldali azonban vízben azonnal lehűtöttük. A mikrokeménység mérésének nyomai szemléletesen mutatják, hogy a vízben hűlt forgács beedződött, vagyis az áramlási rétegben $\alpha \rightarrow \gamma$ átalakulás ment végbe. A megmunkált C35 minőségű munkadarab edzett anyagának mikrokeménysége HV: 724 volt. Ezek a jelenségek a szerszámkopással vannak szoros kapcsolatban, és jelzik a forgácstőben kialakuló extrém viszonyokat.



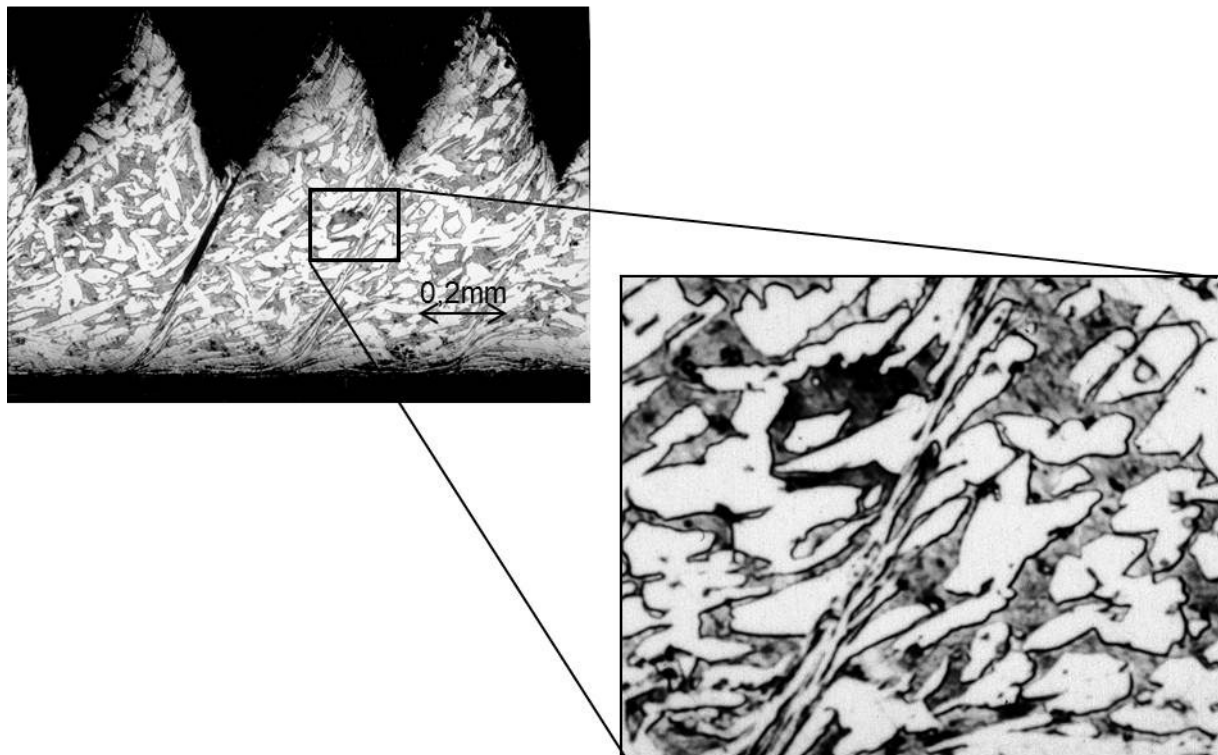
4. ábra. Mikrokeménység mérése C35 minőségű acél forgács hosszmetsetén. A baloldali forgács levegőn (HV: 376), a jobboldali vízben hűlt (HV: 679).

(Forgácsolósebesség $v=150\text{m/min}$, fogásmélység $a=2\text{mm}$, előtolás $l=0,3\text{mm/ford}$, a mérőerő 15p volt)

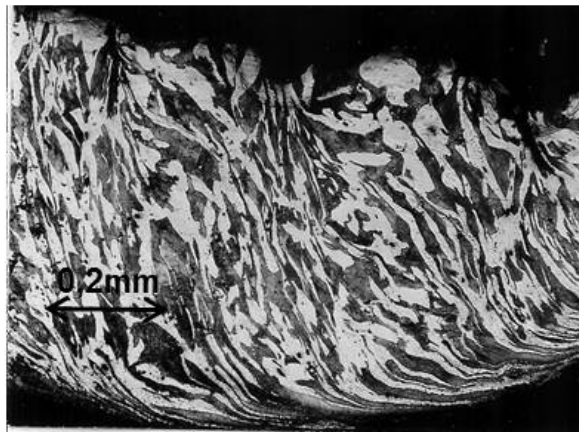
Gyakori az is, hogy a forgácsképződés periodikusan változó deformációs folyamat, amelynek következtében u.n. lamellás (5. ábra), más esetben nyírt forgács (6. ábra) keletkezik.



5. ábra. Ausztenites acél lamellás forgácsa ($v=120\text{m/min}$, $f=0,25\text{mm/ford}$, $l=2,5\text{mm}$)

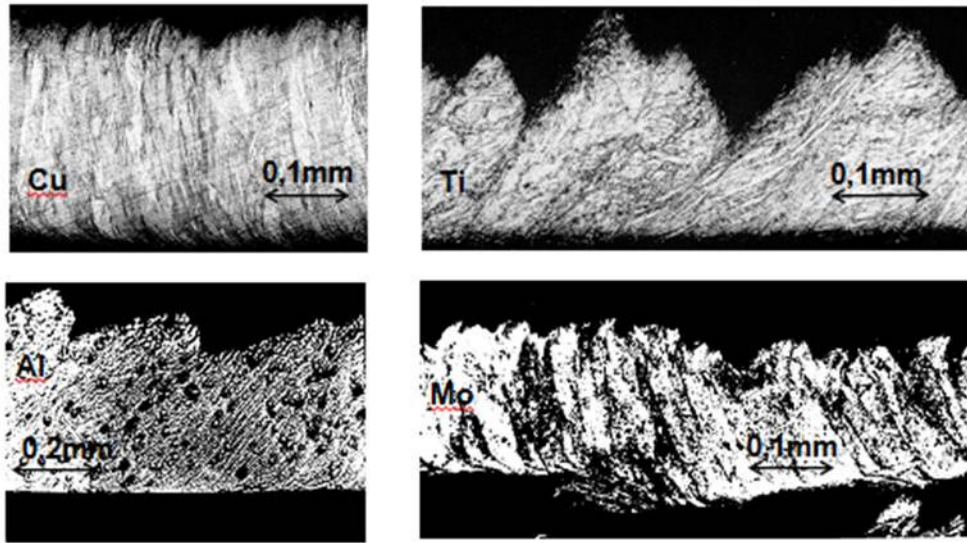


6. ábra. Bronz esztergálásánál keletkezett nyírt forgács ($v=320\text{m/min}$, $f=0,4\text{mm/ford}$, $l=3\text{mm}$).



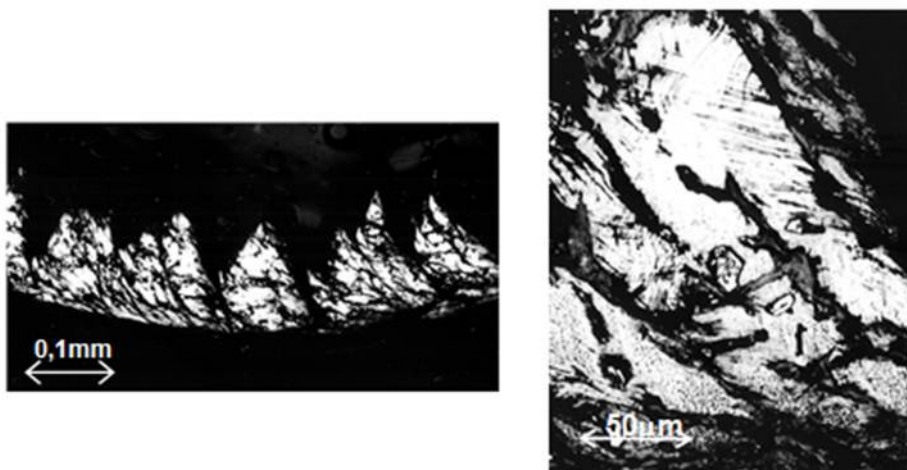
7. ábra. C45 minőségű acél megmunkálásánál keletkezett forgács ($v=250\text{m/min}$, $l=2\text{mm}$).

A fémek forgácsolásánál sajátos átmeneti állapotú forgácsok is kialakulhatnak, mint pl. a 7. ábrán látható esetben. Itt változott a leválasztott réteg vastagsága, és a forgácsban periodikusan erősebben és kevésbé deformálódott zónák alakultak ki. Néhány további jellegzetes forgácsot a 8. és 9. ábra mutat.



8. ábra. Cu-, Ti-, Al- és Mo-ötvözetek jellegzetes forgácsainak hosszmeteszete.

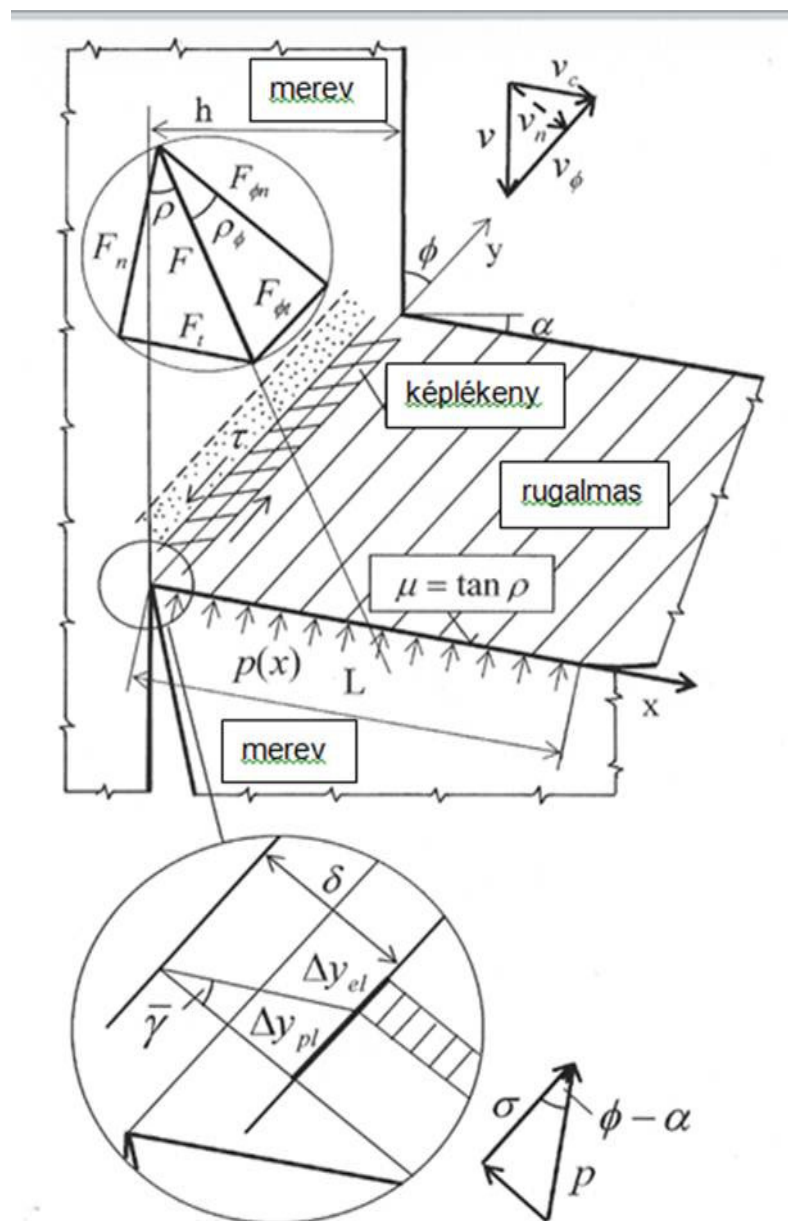
Az itt bemutatott forgácstípusok végeredményben három csoportba sorolhatók: folyóforgácsok, periodikusan változó kontúrú lamellás vagy nyírt forgácsok és a szabálytalanok. Olyan modell kialakítása tehát a feladat, amely az állandó és a ciklikusan változó vastagságú forgácsok képződése mellett le tudja írni a szabálytalan, kaotikus jellegűnek tekinthető forgácsok képződését is.



9. ábra. Invar ötvözet forgácsa.

3. Alapvető feltételezések a forgácsleválasztás folyamatának modellezéséhez

Azoknak az alakítási technológiáknak az esetében, amelyeknél a deformáció egy vagy néhány nyírési zónába koncentrálódik, általában igen intenzív folyamatok mennek végbe. Különösen érvényes ez a forgácsolásra, amelynél a deformáció $\gamma=2-50$, $d\gamma/dt \approx 10^4 s^{-1}$, $dT/dt \approx 10^6 \text{ }^\circ\text{K/s}$ [11, 12]. Ilyen extrémnek tekinthető technológiai folyamat modellezéséhez a kiindulási feltételeket a lehetőség szerint egyszerűsíteni kell. Az ehhez felhasznált alapvető forgácsolásméleti összefüggéseket az 1. Függelék foglalja össze.



10. ábra. A forgácstő technológiai modellje.

A forgácsleválasztás modelljének kidolgozásához a következő feltételezéseket tettük (10. ábra):

- Az u.n. ortogonál forgácsolást modellezzük, amelynek a jellemzői a következők:
 - A szerszámél egyenes, és merőleges a v forgácsolósebességre.
 - Az előtolás kicsi a vágóél működő hosszúságához képest, ill. a szerszám szimmetriásíkjában modellezzük.
- A szerszám homloklapfelülete sík, a szerszámél tökéletesen éles ($r_p=0$).
- A munkadarab anyaga homogén, izotróp. Ezért ki kellett zárni a 9. ábrán szemléltetett esetet, ahol ez a feltétel láthatóan nem teljesül, amint a jobb oldali kinagyított szövetképen látható.
- A munkadarab anyagát a nyírási zónába kerülés előtt merevnek, a nyírási zónában képlékenynek tekintjük, és feltételezzük, hogy a forgács rugalmas állapotban van.
- A szerszám az éltől mért L hosszúságú sávján p megoszló terheléssel hat a képződő forgács anyagára, amelynek hatására két deformációs zóna alakul ki:
 - Az elsődleges deformációs zóna a szerszám élétől a munkadarab felületéig terjedő, párhuzamos síkokkal határolt, δ vastagságú, a v irányához képest \square szöggel hajló réteg (nyírási zóna).
 - A másodlagos deformációs zóna a szerszám homloklapfelületén alakul ki (áramlási zóna). Minthogy a forgácsleválasztás teljes energiaszükségletének mintegy 80%-a a nyírási zónában használandó fel [12], az e zónának a forgácsképződésre gyakorolt hatását egyszerű súrlódásos folyamatként kezeljük.
- Piispanen idealizált forgácsolási modelljét alkalmazzuk, amely szerint a képződő forgács a nyírási zónával párhuzamos elemek sorozatából áll (kártya modell) [1].
- A $p(x,t)$ megoszló terhelést egydimenziósnek tekintjük, azaz változhat a szerszám élére merőlegesen, de azzal párhuzamosan változatlan, azaz egy-egy „kártyalap” élére a szerszám végig azonos p terhelést ad át.
- A nyírási zónában a rugalmas alakváltozást a nagy képlékeny deformációhoz viszonyítva elhanyagolhatónak tekintjük, és a képlékeny deformációt szögtorzulásként kezeljük.

A matematikai modellnél az állapotjellemzőket, mint a nyírási zónában ébredő τ csúsztatófeszültség, T hőmérséklet és γ deformáció, dimenziótlan formában használjuk:

$$\hat{\tau} = \frac{\tau}{\tau_{\phi}}, \quad (1)$$

$$\hat{T} = \frac{T - T_w}{T_w}, \quad (2)$$

$$\hat{\gamma} = \frac{\gamma}{\epsilon_{\phi}}, \quad (3)$$

ahol T_w a környezeti (munkadarab) hőmérséklete, ϵ_Φ ill. τ_Φ a folyóforgácsnál a nyírási zónában keletkező deformáció és csúsztatófeszültség (1. Függelék). Ezekhez igazodóan természetesen az időt is dimenziótlannal kell kezelni, amely a K időlépéssel

$$\hat{t} = \frac{t}{K} \quad (4)$$

4. Anyagegyenlet

Az anyagegyenletnek a nagy, gyors deformáció három jelenségét, az anyag alakváltozási sebességérzékenységét, a termikus lágyulást és az alakítási keményedést kell leírnia. Ehhez három empirikus függvényt használunk fel.

4.1. Az alakváltozási sebességérzékenység MacGregor és Fisher szerint [13] a

$$\frac{T_m}{T} = 1 - k \ln \frac{\dot{\epsilon} T_{ref}}{T \dot{\epsilon}_{ref}} \quad (5)$$

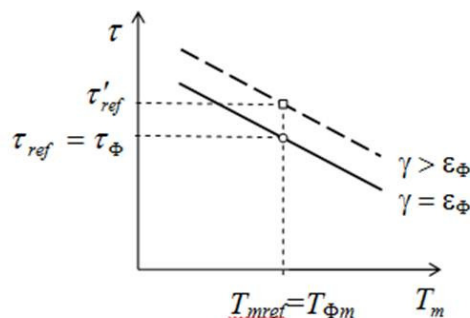
képlettel írható le, ahol $\dot{\epsilon}_\Phi = d\epsilon/dt$, T_m a sebességgel módosított hőmérséklet, T_{ref} és $\dot{\epsilon}_{ref}$ ismert feltételek között meghatározott referencia-adatok, k pedig az anyagnak az alakítási sebesség-érzékenységére jellemző dimenziótlan konstansa. Méréseik szerint különböző fémötvözeteknél $k=0,008-0,045$.

Esetünkben $\dot{\epsilon}_{ref} = \dot{\epsilon}_\Phi$ (1. Függelék), $T_{ref}=T_\Phi$, amely hőmérsékletre az anyag hevül folyóforgács képződésénél.

4.2. Feltételezzük, hogy a nyírási zónára jellemző hőmérséklet-tartományban az anyag a melegedés közben lágyul, és ennek következtében a \square képlékeny nyírófeszültség

$$\tau \approx \tau'_{ref} - v (T_m - T_{mref}), \quad (6)$$

ahol v a termikus lágyulásra jellemző konstans, és τ'_{ref} a $\gamma \neq \epsilon_\Phi = \epsilon_{ref}$ alakváltozáshoz tartozó nyírófeszültség (11. ábra).



11. ábra. A hőmérséklet hatása a képlékeny nyírófeszültségre

4.3. Az anyag alakítás közben általában keményedik, amely az ismert Ludwik-formula szerint a

$$\tau = \tau_0 + C_\tau \gamma^n \quad (7)$$

képlettel írható le. τ_0 , C_τ és n az anyagra jellemző konstans. Ennek egyszerűsített változatát alkalmazzuk, azaz

$$\tau \cong C_\tau (1 + \gamma^n) \quad (8)$$

Mint ahogy $\tau(\gamma = \varepsilon_\Phi) = \tau_\Phi$, így $C_\tau = \tau_\Phi / (1 + \varepsilon_\Phi^n)$, azaz

$$\tau'_{\text{ref}} = \tau_\Phi \frac{1 + \gamma^n}{1 + \varepsilon_\Phi^n} \quad (9)$$

Ezek felhasználásával a 2. Függelékben bemutatott levezetéssel a

$$\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\varepsilon}_\Phi} = F(\hat{\tau}(\hat{t}), \hat{T}(\hat{t}), \hat{\gamma}(\hat{t})) = \frac{\hat{T} + 1}{\hat{T}_\Phi + 1} \exp \frac{\tau - \frac{1 + \varepsilon_\Phi^n \hat{\gamma}^n}{1 + \varepsilon_\Phi^n} + a(\hat{T} - \hat{T}_\Phi)}{b(\hat{T} + 1)} \quad (10)$$

anyagegyenletet kapjuk. Itt

$$a = \frac{vT_w}{\tau_\Phi} \quad (11)$$

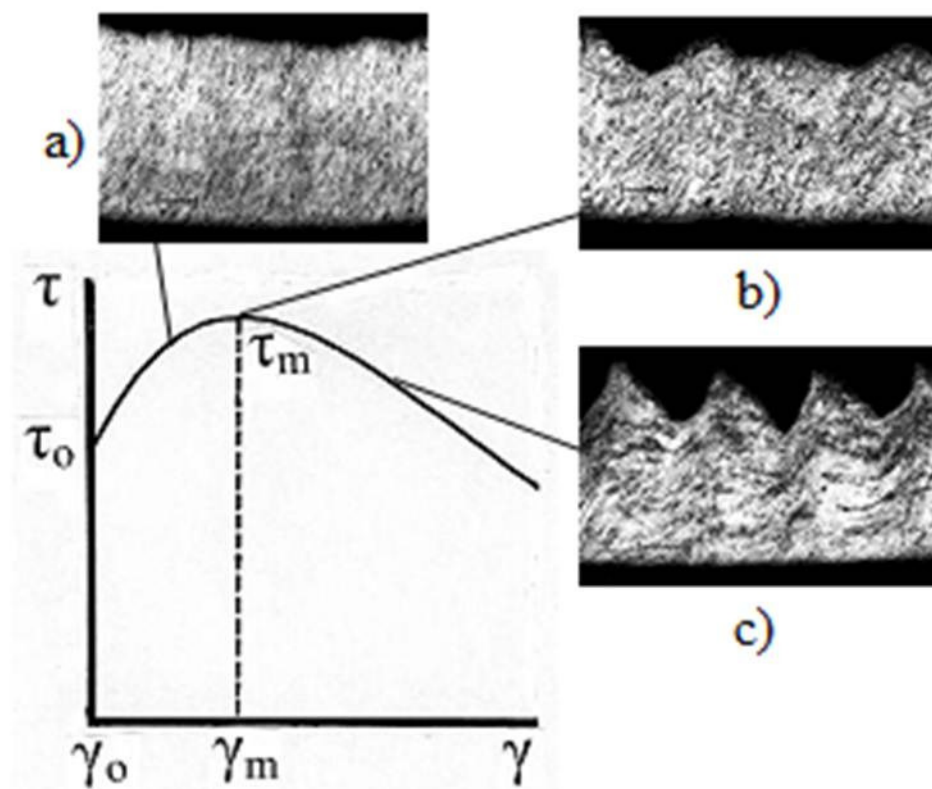
a termikus lágyulástól,

$$b = ka \quad (12)$$

pedig az alakítási érzékenységtől is függő konstans.

A (10) egyenletnek a konkrét technológiai szituációkban le kell írnia, hogyan viselkedik az anyag a különböző mechanikai igénybevételek hatására végbemenő különböző sebességű és nagyságú deformációnál. Így tehát a valósághoz hűen követnie kell adott esetben a termoplasztikus instabilitás jelenségét is, amely a 5-8. ábrákon látható lamellás és nyírt forgácsok kialakulását okozta. A 12. ábra szemlélteti, hogy abban az esetben, ha a forgács kialakulására jellemző γ deformáció kisebb a γ_m maximum helynél, akkor folyóforgács keletkezik, ha nagyobb, akkor pedig szakaszosan ingadozó deformáció alakítja a forgácsot. A γ_m maximum-hely környékén bizonytalan helyzet alakul ki, amely indeterminizmushoz, a kaotikus folyamathoz vezethet. Ez azzal magyarázható, hogy a τ csúsztatófeszültség hatására keletkező γ nyírási deformáció visszahat a feszültségre, miközben az anyag hőmérséklete

növekedik. Az ellentétes hatások termoplasztikus instabilitást idézhetnek elő, a folyamat nemlineáris jellege miatt a periodikus ingadozás mellett aperiodikus, kaotikus állapot is kialakulhat. A γ_m maximum-helyet lényegesen meghaladó deformáció a nyírófeszültség gyors csökkenéséhez, igen nagy deformációhoz, esetenként elnyíródáshoz is vezethet. A 6. ábra az ilyenkor kialakuló keskeny, ám igen nagy deformációt elszenvedett réteget kinagyítva is szemlélteti. Amint a következőkben a matematikai modell numerikus megoldásainál látható, a (10) egyenlet alkalmas az ilyen folyamatok leírására.



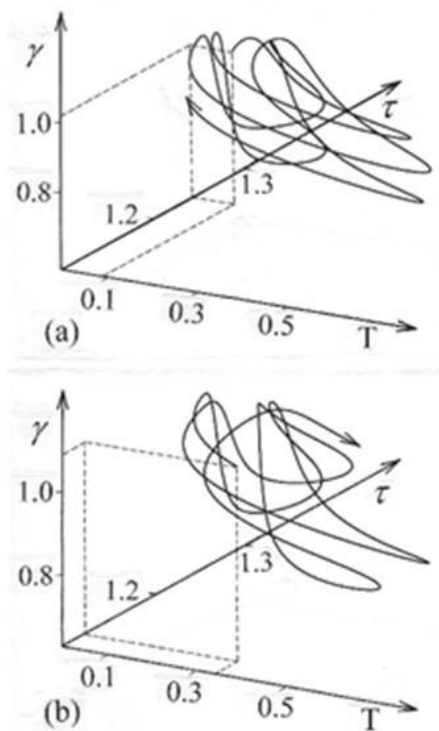
12. ábra. A termoplasztikus instabilitás a folyóforgács és lamellás forgács között.

5. A forgácsképződés matematikai modellje

A technológiai folyamatok dinamikai modellezésének nagy dilemmája, hogy hány állapotjellemezővel dolgozzunk. Természetes törekvés, hogy minél több jellemzővel írjuk le a folyamatot, hiszen ezzel a valóságos technológiát a modell egyre jobban megközelítheti. Másrészt viszont, ahány állapotjellemezőt használ a technológiai modell, ez annyi szabadságfokot jelent a matematikai modellben. Márpedig négy szabadságfoknál többet igen nehéz áttekinteni, a modell nehezen kezelhetővé válik.

Mint ismeretes, ahhoz, hogy a rendszer esetleges kaotikus állapota is feltárható legyen, legalább három szabadságfokú rendszer szükséges [14]. Ezzel tulajdonképpen behatárolódik az a mozgástér, amely egy technológiai folyamat matematikai modellezésénél rendelkezésünkre áll: arra kell törekedni, hogy sikerüljön megtalálni azt a 3-4 állapotjellemzőt, amely a folyamatot a lehető legjobban meghatározza.

Esetünkben kézenfekvő, hogy a nyírási zónában a csúsztatófeszültséget, hőmérsékletet és alakváltozást vegyük figyelembe. A kérdés az, mi legyen az a negyedik állapotjellemző, amely a legtöbb járulékos ismeretet szolgáltathatja a modell működéséhez. A kezdetben háromdimenziós modellt [15] két irányban fejlesztettük. Egyrészt bevezettünk az aktív deformációs zóna elé egy inaktív zónát, amelyben deformáció nincs, de a hőfolyamatokban a zóna részt vesz. Ezt aztán kiegészítettük azzal, hogy az aktív zónát megkettőztük, feltételezve, hogy ilyen módon a tényleges nyírási folyamat jobban leírható lesz. Minthogy azonban ezáltal a szabadságfokok száma már ötre emelkedett, kísérletként a deformációt kivettük a vizsgált állapotjellemzők közül [16, 17]

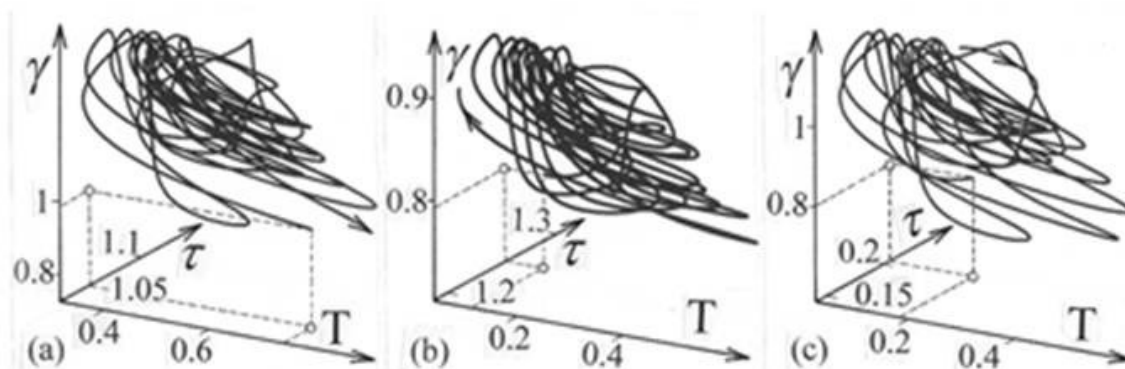


13. ábra. A háromdimenziós modell kaotikus megoldása a negyedrendű Runge-Kutta integrátor két módszerével [19], azonos idő-intervallumban.

Ebben az irányban tovább haladva készült olyan modell is, amelynél a nyírási zóna több sávra van bontva. A konkrét számítások ahhoz a megállapításhoz vezettek, hogy a képlékeny deformációt az egyes sávokban alapvetően meghatározó $F_i(t)$ függvények közül a folyóforgácsot jellemző u.n. fixpont megoldásoknál, és a lamellás vagy nyír forgácsokhoz

kapcsolódó periodikus eredményeknél mindig egy $F(t)$ függvény dominál, a többi elhanyagolhatóan kicsi [18].

Stabil megoldásoknál a különböző numerikus módszerek általában közel megegyező eredményt adnak, viszont a rendszer kaotikus állapotában, amelyre példát a 8. ábrán a Ti-ötvezet forgács hosszmeteszete mutat, a numerikus módszereknek akár egészen kis különbsége következtében is a számítási eredmények gyorsan eltávolodnak egymástól (13. ábra) [18, 19]. Ez jellemző azonos számítási módszernek különböző idő-intervallumokra vonatkozó alkalmazására is (14. ábra).



14. ábra. A kaotikus állapotú rendszer trajektóriái különböző időszakokban [15].
 (a) $t = 19.8-23.1$; (b) $t = 33.0-36.0$; (c) $t=80.2-82.9$

A fém állapotjellemzőinek (T, τ, γ) fázisterében, a deformációs folyamatot leíró trajektórián az egyes állapotok közötti különbség ennek ellenére kaotikus szituációban sem nő minden határon túl, hanem egy, a modellre jellemző u.n. különleges attraktor környezetében marad. Ennek egyes pontjaiban pedig meghatározható annak gyakorisága, amellyel egy kiválasztott t_1-t_2 idő-intervallumban a rendszer tartózkodik. Kaotikus folyamatnál ezzel és nem egy konkrét számítási eredménnyel jellemezhető a fém deformációja (14. ábra).

Ezekre is tekintettel a fejlesztés végeredményben ahhoz a megállapításhoz vezetett, hogy az optimális technológiai modell az, amely a 10. ábrán látható. Egy aktív és egy passzív zónája van, amelyeknek a hőmérséklete egy-egy állapotjellemző, és ezek mellett a modell az aktív nyírési zónában a csúsztatófeszültséget és a deformációt veszi figyelembe [20].

A mechanikai egyensúlyi egyenlet a modellfejlesztés valamennyi közbenső fokozatának is része, célszerű ezért elsőként ezt tárgyalni.

5.1. Mechanikai egyensúlyi egyenlet

A mechanikai egyensúlyi egyenlet felírásánál az u.n. kártya-modellt alkalmazzuk [1]. A 10. ábra szerint a szerszám homloklfelületén $p(x,t)$ nyomás alakul ki, amely a

$p \cong p_0(t)(1 - x/L)^{\lambda'}$ empirikus képlettel írható le és $\lambda' \approx 2,5$ [10]. Ennek hatására a forgácsban, a nyírási zóna környezetében $\sigma = p \cos(\phi - \alpha)$ nyomófeszültség ébred, amely egyensúlyban van azzal a τ nyírófeszültséggel, amely a nyírási zónában a képlékeny deformáció közben keletkezik. A modell szerint a forgácstőben két, együtt megvalósuló mozgás van, a nyírási zónában a képlékeny deformáció és a forgácsban a nyomófeszültség hatására bekövetkező rugalmas összenyomódás. A 3.1. Függelékben összefoglalt levezetés szerint ennek alapján a mechanikai egyensúlyi egyenlet dimenziótlan alakja

$$\frac{d\hat{\tau}}{d\hat{t}} = 1 - F(\hat{t}), \quad (13)$$

amely egy autonóm, nemlineáris differenciálegyenlet, az időlépték pedig

$$K = \frac{(1 + \lambda') \tau_{\phi} h^2}{LEv \sin^2 \Phi \cos \alpha} \frac{1}{1 - \mu \tan(\Phi - \alpha)} \quad (14)$$

5.2. Deformáció egyenlet

Az anyag δt ideig tartózkodik a nyírási zónában (10. ábra), amely dimenziótlan időre áttérve

$$\delta \hat{t} = \frac{\delta}{Kv \sin \Phi} \quad (15)$$

Az ez alatt az idő alatt bekövetkező képlékeny deformáció sebessége a 3.2. Függelékben részletezett számítás szerint

$$\frac{d\hat{\gamma}}{d\hat{t}} = \frac{F(\hat{t}) - F(\hat{t} - \delta \hat{t})}{\delta \hat{t}}, \quad (16)$$

amely időkéésés autonóm differenciálegyenlet.

5.3. Energiaegyenletek

A 3. pontban felsoroltakon túl az energiaegyenletek felállításánál a következő kiegészítő feltételezésekkel élünk:

- A képlékeny deformáció munkája csaknem mind hőként disszipálódik, figyelembe véve, hogy 2-5% az anyag belső energiájának növekedésére fordítódik: $r=0,95-0,98$. A képlékeny teljesítmény így $r\tau\dot{\gamma}$.
- Hő csak a nyírási zónára merőleges irányban, a munkadarab felé terjed, a modellezett forgácstő tehát megközelítően adiabatikus rendszernek tekinthető. A nyírási zónára merőleges x irányú hődiffúziót másodrendű differenciával közelítjük a $T \approx T_{\max} - 2(T_{\max} - T_w)x^2/\delta^2$ képlettel, amelyből

Pálmai Z, *Anyagok Világa (Materials World) 2 (2013) 1- 33*

$$\frac{d^2T}{dx^2} \cong -\frac{4}{\delta^2}(T_{\max} - T_w) \quad (17)$$

adódik, feltételezve ehhez, hogy az anyag a T_{\max} hőmérséklettel hagyja el a nyírási zónát.

- A forgács anyaga konvekció révén maga is szállít hőt, amely a nettó hőbeáramlás osztva az ott tartózkodás idejével, azaz

$$c\rho(T - T_w) \frac{v \sin \Phi}{\delta} \quad (18)$$

Ezekkel a feltételezésekkel a 3.3 Függelékben részletezettek szerint az aktív nyírási zóna energiaegyenlete

$$\frac{d\hat{T}(\hat{t})}{d\hat{t}} = \eta\hat{\tau}(\hat{t})F(\hat{t}) - (\xi + \zeta)[T(\hat{t}) - T_0(\hat{t})] \quad (19)$$

az inaktív zónáé pedig

$$\frac{d\hat{T}_0(\hat{t})}{d\hat{t}} = \zeta[T(\hat{t}) - 2T_0(\hat{t})] - \xi\hat{T}_0(\hat{t}) \quad (20)$$

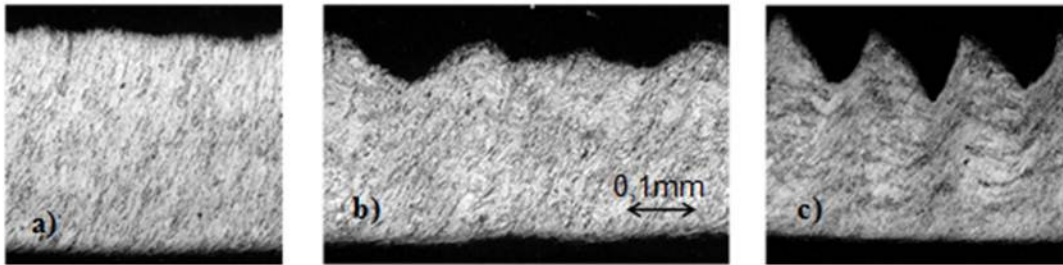
ahol η , ζ és ξ rendszerparaméterek (2.3. Függelék).

Végeredményben megállapítható, hogy a deformációs folyamat optimális terjedelme a valóság hű leírás és a kezelhetőség szempontjából is egy négydimenziós modell, amely az egy aktív és egy passzív nyírási rétegre vonatkozó (13) mechanikai egyensúlyi egyenletről, a két rétegre vonatkozó energiaegyenletről ((19) és (20)) és az aktív réteg deformációs egyenletéből (16) áll. A (10) anyagegyenlet leírja a fém alakítási keményedését, a termikus lágyulást és az alakváltozási sebesség hatását.

6. Alkalmazások

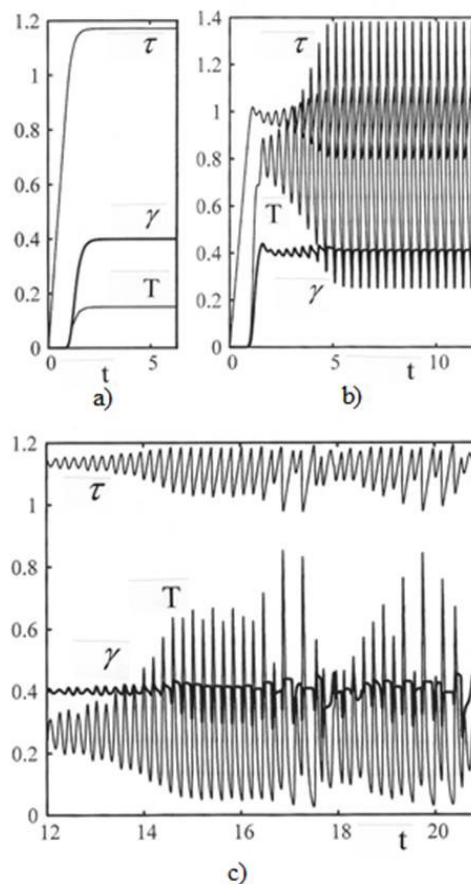
6.1. 3D egyszerűsített modell

A forgácsleválasztás így kialakított matematikai modelljének egyszerűsített alkalmazása ausztenites acélra vonatkozik. A számításoknál a modell alapváltozatát alkalmazzuk, amely háromdimenziós, a nyírási zónában a τ csúsztatófeszültséget, a T hőmérsékletet és a γ szögtorzulást adja meg. Azzal az egyszerűsítő feltételezéssel élünk még, hogy $\Phi = \alpha$.



15. ábra. Ausztenites acél különböző forgácsolósebességgel leválasztott forgácsai [15].
a) Folyóforgács ($v=0.3$ m/s); b) Aperiodikus (káosz jellegű) forgács ($v=0.58$ m/s); c) Nyírt („lemezes”) forgács ($v=3.6$ m/s)

A rendszerparaméterek kiszámításánál a 15. ábrán látható forgácsokra jellemző adatokat használtuk fel: $h=0,325$ mm, $T_w=300$ K, $T_\phi=600$ K, $\Phi=\alpha=30^\circ$, $\epsilon_\phi=2,5$, $E=200$ GPa, $\tau=1,1$ GPa $r=0,95$, $c=500$ J/kg.K, $\rho=7900$ kg/m³, $\lambda=16$ W/mK, $k=0,023$, $n=0,2$, $\nu=0,4$. Ezekkel az adatokkal $a=0.3$, $b=0.012$, $\xi=2,5$, $\eta=4,0$. A $v=0.3$ m/s-nál $\zeta=28,5$, $v=0.58$ m/s-nál $\zeta=14,7$, $v=3.6$ m/s-nál $\zeta=2,5$. A matematikai modell megoldásait a 16. ábra szemlélteti, amelyek közül a kaotikus megoldás három idő-intervallumban a 14. ábrán is látható.



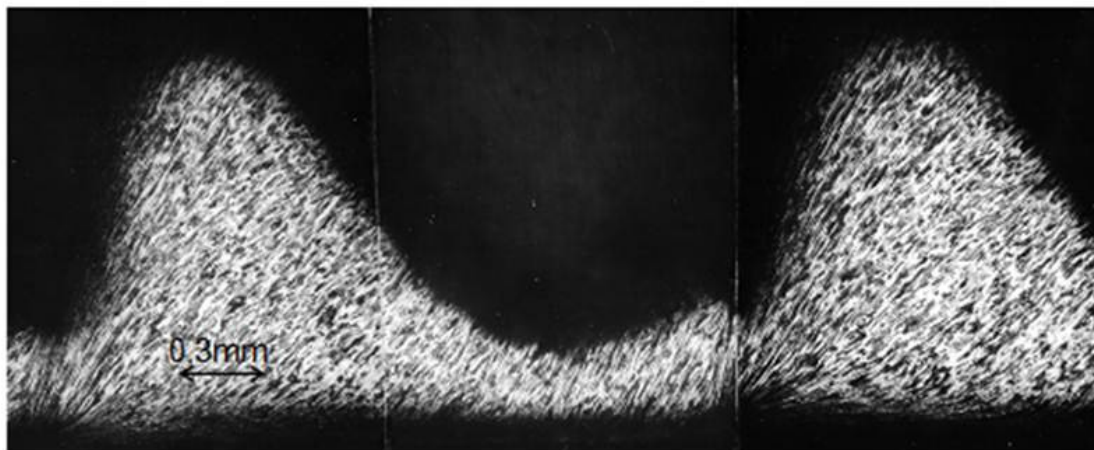
16. ábra. A matematikai modell megoldásai a 15. ábrán látható forgácsok esetében ($\xi=2,5$, $\eta=4,0$). a) Folyóforgácsnál fixpont $\zeta=28,5$; b) Lamellás forgácsnál bifurkáció $\zeta=2,3$; c) Káosz $\zeta=14,7$.

6.2. A deformációs folyamat mint rezgésforrás

A lamellás forgács leválasztása és más periodikus folyamatok a termelő berendezést olyan ingadozó terhelésnek tehetik ki, amely akár súlyos következményekhez is vezethet. Az 5., 6. és 15/c ábrán látható lamellás forgácsok keletkezésénél a forgácsolóerő ingadozásának frekvenciája megközelítheti a rugalmas megmunkáló rendszer egyik sajátfrekvenciáját, amely rezonancia-közel állapotot hozhat létre. Ilyen jelenség következménye látható a 17. ábrán, amely igen súlyos berezgési fázisban keletkezett forgács hosszmetzetét ábrázolja.

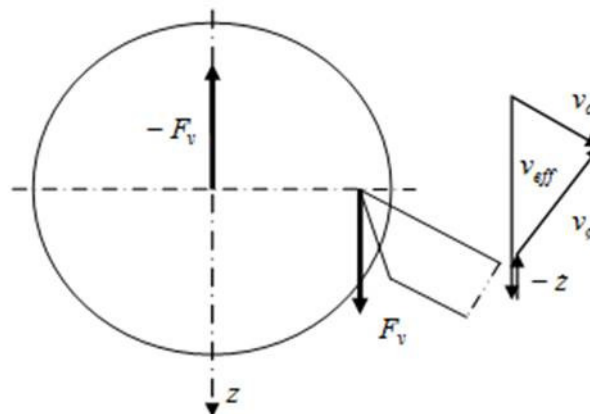
A forgácsleválasztás modellje alkalmassá tehető az ilyen veszély tanulmányozására és elhárításának elősegítésére.

Egy konkrét technológiai feladatnál a modellt kiegészítettük a forgácsolósebesség irányában történő rezgés leírásával. A 18. ábrán látható, hogy abban az esetben, ha a munkadarab vagy a szerszám a z koordináta irányában rezeg, akkor valójában nem a v sebesség határozza meg a forgácsolási folyamatot, hanem az az effektív sebesség, amely a v és a dz/dt összetevők eredője.



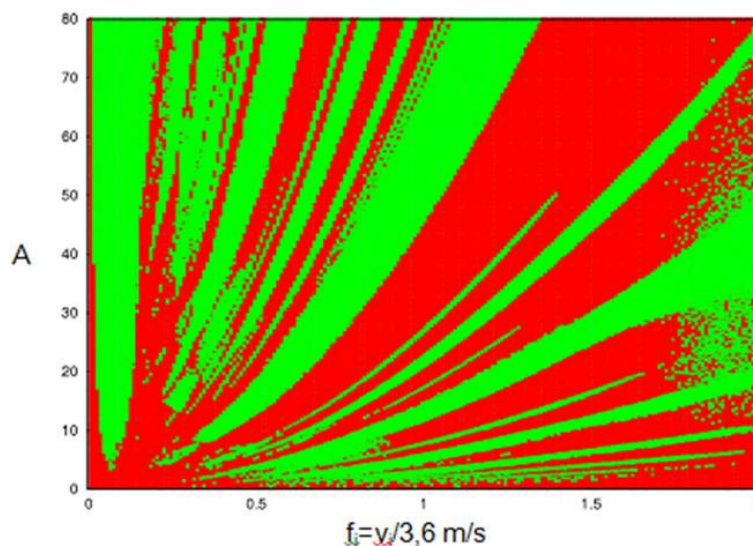
17. ábra. Berezgett állapotú megmunkáló rendszeren keletkezett forgács.

Ennek több, figyelmet érdemlő következménye is lehet. Abból a körülményből következően pl., hogy a növekvő forgácsolósebességgel nem lineárisan, hanem hatványozott mértékben kopik a szerszám, a sebességmaximumok gyors elkopást okozhatnak. A részletek mellőzésével itt egy másik, tulajdonképpen nem meglepő következmény bemutatására kerül sor. Felvetődik ugyanis a kérdés, hogy lehet-e a rezgésből eredő dz/dt járulékos sebesség olyan nagy, hogy meghaladja a v forgácsolósebességet, és a szerszám egy-egy igen rövid időre ugyan, de „megszökik” a munkadarabtól, vagyis a forgácsleválasztás megszakad. A részletes analízis, amely a matematikai modell itt nem részletezett bővítését is megkívánta, kimutatta, hogy lehetséges.



18. ábra. Sebességviszonyok a rugalmas munkadarab-szerszám rendszerben.

A forgácsolósebesség és a munkadarab-szerszám rendszer merevségének függvényében térkép készült, amely a 19. ábrán látható. Itt az $f_i=v_i/3,6$ m/s relatív sebesség a forgácsolósebességre jellemző viszonyszám, az $A=K^2/k'm_r$ merevségi jellemzőben a K az időlépés, m_r az aktuálisan rezgő anyagnak a szerszám élére redukált tömege és k' az ide vonatkoztatott rugóállandó. Az ábrán azok a mezők zöld színűek, amely feltételek mellett a forgácsleválasztás változó sebességű ugyan, de folyamatos, a piros mezőkben viszont a forgácsolás megszakadozik [20].



19. ábra. A v forgácsolósebesség irányában rezgő rendszer folytonossági (zöld)/megszakadási (piros) térképe [20].

Fontos megállapítás ez, mert feltárja azt a tényt, hogy a folytonosnak vélt technológiai folyamat esetenként bizony nem az, amelynek a megmunkált felület minőségére és a szerszám elhasználódására is jelentős befolyása lehet. Ennek feltárása további kutatásokat igényel.

7. A matematikai modell továbbfejlesztése

A konkrét alkalmazások során világossá vált, hogy az 5. pontban tárgyalt matematikai modellt két vonatkozásban célszerű továbbfejleszteni. Ennek egyik oka az a tény, hogy a forgácsoláskor leválasztott fémréteg vastagsága fontos gyakorlati esetekben az időben változik, akkor pedig a mechanikai egyensúlyi egyenletet módosítani kell.

A leválasztott réteg vastagsága általában megadható a

$$h(\hat{t}) = h_0 [1 + f(\hat{t})] \quad (21)$$

alakban, ahol h_0 a névleges leválasztott rétegvastagság. A modell mechanikai egyensúlyi egyenletének módosítását a 4. Fügelék foglalja össze, és az ott részletezett megfontolások szerint a változó rétegvastagság leválasztására általánosított mechanikai egyensúlyi egyenlet

$$\frac{d\hat{t}}{d\hat{t}} = \frac{1 - F(\hat{t})}{[1 + f(\hat{t})]^2} - \frac{2\hat{t}}{1 + f(\hat{t})} \frac{df(\hat{t})}{d\hat{t}} \quad (22)$$

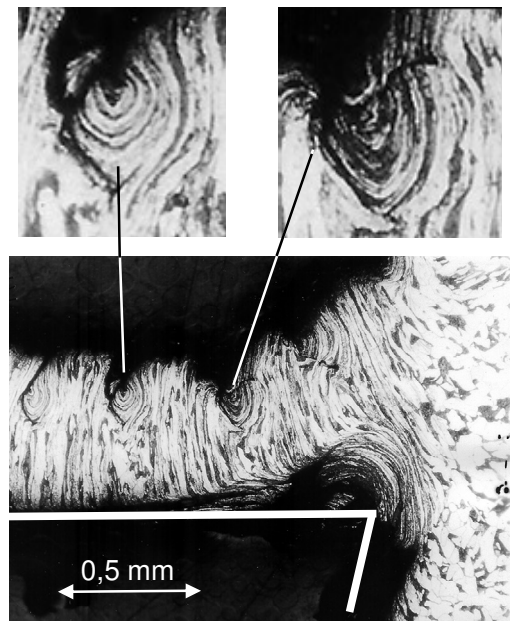
Abban az előzőekben tárgyalt esetben, amikor $h = \text{konstans}$, a (22) egyenlet valóban (13)-ra egyszerűsödik. A K időlépés változatlanul (14).

A modell továbbfejlesztésének másik oka az a felismerés, hogy az aktív és a passzív zóna közötti hőáramlásnál célszerű figyelembe venni azt a $\delta\hat{t}$ időt, amely alatt az anyag a zónán áthalad. Feltételezésünk szerint a deformáció szempontjából inaktív rétegből az anyag mozgásával hő érkezik az aktív rétegbe. Az új modellnél [21] figyelembe vettük ezt a $\delta\hat{t}$ időt, ezért az aktív réteg energiaegyenletében a hőenergiát $\hat{T}_0(\hat{t} - \delta\hat{t})$, vagyis az inaktív zónában $\hat{t} - \delta\hat{t}$ időpontban kialakuló hőmérséklettel számoljuk. Így az aktív zóna pontosított energiaegyenlete

$$\frac{d\hat{T}(\hat{t})}{d\hat{t}} = \eta\hat{\tau}(\hat{t})F(\hat{t}) - \zeta[\hat{T}(\hat{t}) - \hat{T}_0(\hat{t})] - \xi[\hat{T}(\hat{t}) - \hat{T}_0(\hat{t} - \delta\hat{t})] \quad (23)$$

Végeredményben a forgács képződésének új modellje az új (22) és (23), valamint a változatlan (16) és (20) autonóm differenciálegyenlet, és a (10) konstitutív egyenlet. A (20) és (23) evolúciós egyenletnél a kezdeti feltétel $\hat{T}_0(0) = 0$, illetve $\hat{\tau}(0) = 0$, a (22) és (23) időkézéses differenciálegyenleteknél a $\hat{t} = 0 \dots \delta\hat{t}$ idő-intervallumban $\hat{\gamma}(\hat{t}) = 0$ és $\hat{T}(\hat{t}) = 0$.

A változó rétegvastagság leforgácsolásának leírására is alkalmassá tett matematikai modell felhasználható egy speciális forgácsolási jelenség, az u.n. élsisakképződés hatásának vizsgálatára. Amint a 20. ábrán látható, a szerszám éle környezetében a munkadarab anyagából fém felrakódás alakulhat ki, amelyet a szakirodalom az angol elnevezése alapján csak BUE névvel (built-up edge) tárgyal. A BUE instabil, a megmunkálás közben, amikor kialakulásának feltételei teljesülnek, átveszi a szerszámél funkcióját, rendszeresen felépül, majd leszakadozik. Megfigyelhető, hogy a fúró előző körülfordulásakor a munkadarab felületén maradt BUE a fúró következő körülfordulásánál az éppen keletkező forgács külső felületére került.



20. ábra. Az élsisak nyomai C35 acél fúrásakor

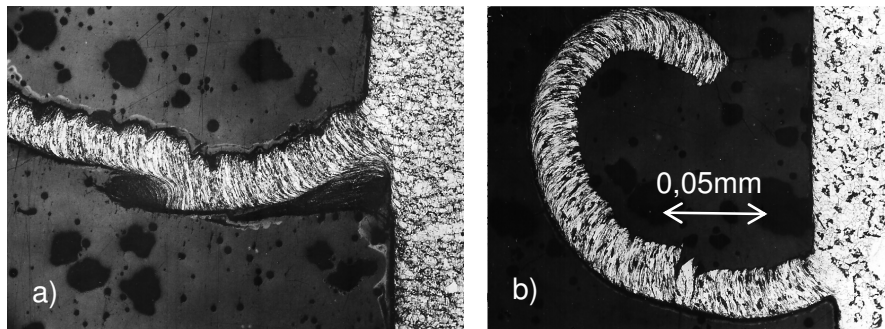
Az e dolgozatban bemutatott munka során magával az élsisak keletkezésének folyamatával nem foglalkozunk. Tényként fogadjuk el, hogy a BUE jól körülhatárolható és meglehetősen jól ismert technológiai feltételek mellett kialakul [11, 12], és erősen befolyásolja a forgácsképződést. Célunk az, hogy a forgácsképződés folyamatára korábban kidolgozott és az előzőekben bemutatott dinamikai modellünket alkalmassá tegyük a változó rétegvastagságú forgácsolás leírására, és azt az élsisakképződésnél ellenőrizzük.

A továbbfejlesztett matematikai modell validálását szolgáló kísérleti forgácsolás céljára olyan anyagot kerestünk, amelynél azonos technológiával lehet élsisak képződésével és anélkül is forgácsot leválasztani. Ehhez az automataacél kínálkozott, amelyből korábban egy kohászati üzem (Ózdi Kohászati Üzemek) ólom és tellúr ötvözéssel új acéltípust állított elő. A kémiai összetételt az 1. táblázat tartalmazza. A két anyag egészen hasonló kémiai összetételű, és a Miskolci Egyetemen végzett vizsgálatok szerint a forgácsolóerő a két acéladagnál a sebesség széles tartományában közel azonos: a Pb+Te ötvözés mindössze 3,5%-kal csökkentette a főforgácsolóerőt és 8,6%-kal az előtolóerőt.

Ezeket az acélokat gyorsacél szerszámmal hengerelt állapotban esztergáltuk, és a folyamatot megszakítva a 21. ábrán látható eredményt kaptuk. Az a) kép a várt élszak jelenlétét mutatja, míg a b) képen az látszik, hogy az ólom és tellúr hatására a szerszám élénél a forgács BUE nélkül alakult ki, sima folyóforgács keletkezett

Minőség	Adagszám	C %	Mn %	Si %	P%	S%	Pb %	Te %	Al %
AS 1	89694	0.08	0.91	0.05	0.098	0.208	-	-	0.02
AS1 Pb Te	89746	0.08	1.1	0.05	0.103	0.218	0.15	0.04	0.04

1. táblázat A kísérleti anyag kémiai összetétel



21. ábra. Az élszak és hatása a forgács képződésére. (a) AS 1 automataacél, b) AS1 Pb Te automataacél)

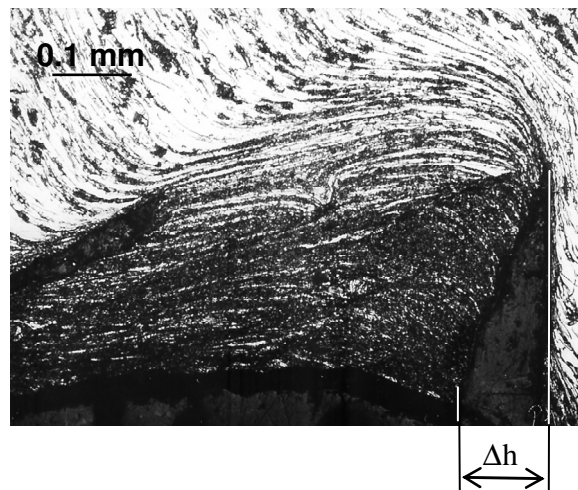
A forgácsolási folyamat megszakítását egy erre a célra kialakított szerszámmal hajtottuk végre, amelynek kis tömegű betétét nyírócsapos megoldással rögzítettünk a készárban. Ezt a betétet – az ütközés ismert dinamikai sajátosságait kihasználva – relatíve nagy tömegű ütőtesttel távolítottuk el (quick stop test), miközben a folyamatot gyorskamerával filmeztük. Ezzel a technikával készültek a 3. ábrán látható forgácsstövek is. A filmfelvételek kiértékelése szerint a szerszám betét 5910m/s^2 gyorsulással repült ki a forgácsolás zónájából, amely azt jelenti, hogy az adott geometriai viszonyok között a forgácsolási folyamat megszakadása $t < 10^{-4}$ s idő alatt ment végbe. Ez alatt az átmeneti idő alatt kialakult lassuló forgács hossza max 0,05 mm, amelyet a 21/b ábrán nyíl hosszúsága jelez. A forgács további része tehát normál technológiai körülmények között jött létre. Így egyszerre tanulmányozható – lényegében üzemi viszonyok között – az élszak és a hatására módosult forgács. A 21/a képen jól látszik a forgács alsó felületén a periodikusan képződő és leszakadó élszak előző ciklusában eltávozott része is. Összevetve azt a 22. ábrával, amely az 21/a) ábra BUE részletét mutatja, megállapítható, hogy periodikusan képződő és leszakadó élszak a leválasztott réteget is periodikusan befolyásolja, amelyet a 22. ábrán Δh jelez.

A h réteg az élszakad felépülése közben fokozatosan, közelítő feltételezéssel lineárisan növekszik, majd egy Δh értéknél az élszakad leszakad, a leválasztott réteg vastagsága ismét h_0 . Így a $h(t)$ rétegvastagság egy u.n. fűrészfog-profil szerint változik, amelynek frekvenciája a forgácsról megállapítható. A (21) képlet módosul a

$$h(\hat{t}) = h_0 [1 + Hf_1(\Omega\hat{t})] \quad (24)$$

alakra, ahol $H = \Delta h / h_0$, f_1 a fűrészfog-függvény, $\Omega = K\omega$ és ω az élszakad képződésének frekvenciája.

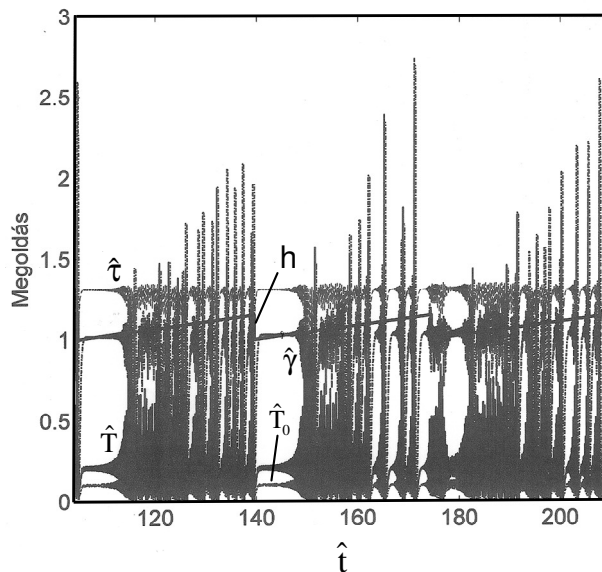
A esztergálásnál a technológiai paraméterek a következők voltak: forgácsolósebesség $v=30\text{m/min}$, előtolás $f=h_0=0,3\text{mm/ford}$, minthogy az él elhelyezési szöge $\kappa_r=0^\circ$, a szerszám működő homlokszöge pedig $\alpha=6^\circ$. A forgács geometriai paramétereiből $\phi=25,7^\circ$, $\varepsilon_\phi=2,44$, a forgács sebessége a szerszámon $v_c=0,23\text{m/s}$. A forgácstónél lemérhető volt a leszakadó BUE újra kialakulásának úthossza $L_{\text{cikl}} \cong 2,5\text{mm}$, amelyből a ciklusidő $t_c \cong 0,011\text{s}$, a frekvencia pedig 92Hz .



22. ábra. A leválasztott réteg vastagságának Δh változása.

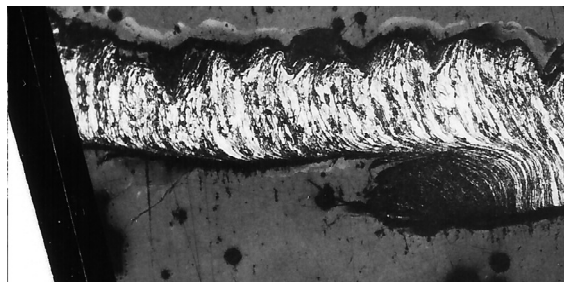
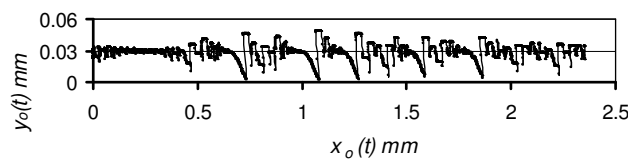
A kísérleti anyag lényegében lágyacél, amelynek fizikai és mechanikai anyagjellemzőiből a következő paramétereket határoztuk meg: $a = 0,3$; $b = 0,012$; $n=0,2$; $T_\phi = 1,2$; $\delta\hat{t} = 0,3$; $\eta=4,1$; $\zeta=46$, az időlépés $K=3.1 \cdot 10^{-4}\text{s}$, a BUE képződésének megfelelő paraméterek pedig $H \cong 0,1$ és $\Omega = 0,18$.

Ezekkel az adatokkal az új egyenletrendszer már megoldható, amelyet a MatLab szoftver segítségével végeztünk el. $H=0$ esetén, amely a BUE nélküli forgácsképződésnek felel meg, a várt fixpont megoldást, azaz idő függvényében konstans eredményeket kaptuk. A $H \cong 0,1$ esetében viszont kaotikus lett a megoldás, amelynek három periodikus szakaszát a 23. ábra mutatja.



23. ábra. A forgácsképződés matematikai modelljének megoldása változó leválasztott rétegvastagságnál.

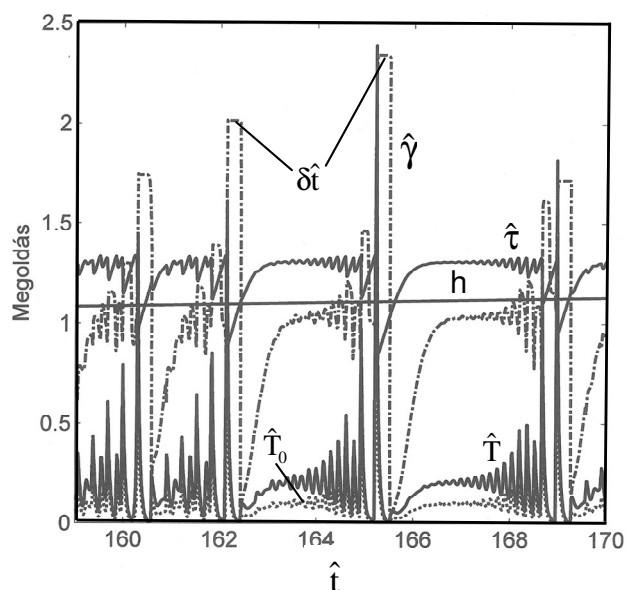
Látható itt a (24) függvény szerint „fűrészfog”-jelleggel változó h rétegvastagság is, amely periodikusan növekszik, majd hirtelen lecsökken. Minden növekedési periodusban a folyamat állapotjellemzőinek egy jellegzetesen ismétlődő kaotikus növekedése figyelhető meg, amely megfelel az esztergálásnál kapott forgács kontúrján a szabálytalan hullámzásnak. A kaotikus jelleget ennél az időkézéses, így végtelen szabadságfokú differenciálegyenlet-rendszerrel Csernák Gábor igazolta is [21].



24. ábra. Az élsisakos forgács metszete és a matematikai modellel számított kaotikus kontúr egy szakasza.

A modell a deformációs egyenlet révén lehetővé teszi a forgácsolás várható profiljának kiszámítását is. Erre példát a 24. ábra mutat.

Érdekes adaléka a számításnak, hogy feltárja a forgácsképződés deformációs folyamatának finomabb szerkezetét is. A 25. ábra egy rövid idő-intervallum kinagyítását szemlélteti, amelynek alapján az a megállapítás tehető, hogy a modell szerint a BUE kialakulásának minden ciklusa további kis ciklusokból áll, és ezek jellege hasonló a ciklusok jellegéhez. Itt is van egy kezdeti, folyamatosan növekvő amplitúdójú ingadozás, majd a kis ciklus végén egy kiugróan nagy deformáció, megcsúszás következik. Megállapítható volt, hogy ennek a megcsúszásnak az ideje $\delta\hat{t}$, vagyis azonos azzal az időtartammal, ameddig a munkadarab anyaga a modell szerint a δ vastagságú nyírási zónában tartózkodik. Ellenőrzésként a forgács metszetén lemértük a profil-csúcsok távolságát. Ezek átlaga $L_{kc}=0.164\text{mm}$, amely a v_{forg} forgácssebességgel átszámítva $t_{kc}=7.14\cdot 10^{-4}\text{ s}$ átlagos kis ciklusidőnek felel meg. A számítási eredményekből egy önkényesen kiválasztott szakasznál a kaotikus kis ciklusok átlagos periódusideje $6.8\cdot 10^{-4}\text{ s}$ volt. Ezek kb. 1.40 ill. 1.47 kHz frekvenciának felelnek meg, amely a kis mintavételt is figyelembe véve kielégítő egyezésnek tekinthető. A kaotikus jelleg miatt a kapott frekvenciák természetesen az átlag körül ingadozó értékek halmazát jelentik.



25. ábra. A 23. ábra egy részletének kinagyítása.

A vizsgálattal tehát arra a megállapításra jutottunk, hogy a BUE által keltett primér frekvencia, amely 92Hz, összhangban van a kutatók korábbi megállapításaival [22]. Vannak itt azonban a deformáció finomabb részleteire utaló „felharmonikusok” is, a kerekítve 1.4kHz rezgésszámú kis ciklusok. Ezek a forgácsolóerő ingadozásában is nyilvánvalóan megjelennek, és könnyen előfordulhat, hogy a magasabb rezgésszám már megközelíti a megmunkáló rendszer valamelyik önfrekvenciáját, amely káros rezonancia-közeli állapotot idézhet elő.

Összefoglalás

A fémek alakítási technológiáinál az anyag gyors deformációja gyakran egy viszonylag keskeny sávra lokalizálódik, ahol a deformációs munka hatására a hőmérséklet közel adiabatikusan emelkedik. Alakítás közben a fém keményedik, viszont az emelkedő hőmérséklet következtében lágyul is. Az ellentétes hatások termoplastikus instabilitáshoz vezethetnek, amely a folyamat nemlineáris jellege miatt a periodikus ingadozás mellett aperiodikus, kaotikus állapotot is előidézhet. Az anyag viselkedésének leírására matematikai modell készült, amely négy autonóm nemlineáris differenciálegyenletből és az anyag viselkedését leíró anyagegyenletből áll. A technológiai tapasztalatokkal egyezően a modell szolgáltat a folyóforgácsolásnál fixpont ill. a lamellás vagy nyírt forgácsolásnál periodikus megoldást, de adhat instabil aperiodikus, azaz kaotikus megoldást is. A matematikai modell továbbfejlesztéssel alkalmassá vált változó rétegvastagság leválasztásának leírására is, amelyet kísérletek igazoltak olyan forgácsolásnál, amelynél a munkadarab anyagából a szerszám élén u.n. élsisak képződik, felépül, majd periodikusan leszakadozik. Ez a képződmény átveszi a szerszám élének a szerepét, így befolyásolja a leválasztott réteg vastagságát. A továbbfejlesztett modell kísérleti ellenőrzése AS1 jelű automataacél két adagjából vett minta azonos forgácsolásával történt. Az egyik adag forgácsolhatóságát kísérleti jelleggel Pb+Te ötvözéssel javították, így az élsisakképződés elkerülhető volt. A modell-számítás eredményei összhangban voltak a forgácsolási vizsgálattal. Megállapítható volt, hogy a BUE hatására a forgácsolás kaotikussá vált, és a BUE leszakadásának ciklusán belül kialakul egy második kaotikus ciklikusság is kb. egy nagyságrenddel nagyobb frekvenciával.

Köszönetnyilvánítás

Köszönet illeti Csernák Gábort a MatLab alkalmazásához nyújtott segítségért és Pap Józsefet, aki a forgácsolóerő méréseket végezte.

A cikkben ismertetett kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 projekt eredményeire alapozva az OTKA K 84177 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Irodalom

- [1] V. Piispanen, Deformation of Metal: Theory of Simulated Sliding. *Wear*, 38 (1976) 43-72.
- [2] Finnie, I. Review of the Metal-Cutting, Analyses of the Past Hundred Years. *Mechanical Engineering*, 1956. August, pp.715-721.
- [3] H. Schallbroch, H. Bethman, *Kurzprüfverfahren de Zerspabarkeit*. Leipzig 1950.
- [4] O. Bayard, Investigation of the verification techniques for modelling turning processes. Royal Institute of Technology, Stockholm, 2000. Thesis Number 35.
- [5] Burns, T.J., M. A. Davies: Nonlinear Dynamics Model for Chip Segmentation in Machining. *Physical Review Letters* Vol. 79.(1997) No. 3. p. 447-450.

- [6] Burns, T.J., Davies, M.A.: On repeated adiabatic shear band formation during high-speed machining. *Int. Journ. of Plasticity* 18 (2002) p. 487-506.
- [7] Stépán G., Szalai Z., Insperger T., Nonlinear Dynamics of High-speed Milling Subjected to Regenerative Effect. *Nonlinear Dynamics of Production Systems*, pp 111-128. Edited by G. Radons, R. Neugebauer. 2004. WileyVCH Verlag Gmbh and Co. KGaA, Weinheim.
- [8] A. Molinari, A. Moufki, A new thermomechanical model of cutting applied to turning operations, *Int J. Machine Tools and Manufacture* 45 (2005) Part I. Theoriy 166-180, Part II. Parametric study 181-193.
- [9] Pálmai Z., *Fémek forgácsolhatósága*. Műszaki Könyvkiadó 1980.
- [10] Zorev NN., *Razvitie nauki o rezanii metallov*. Moscow, Masinostroenie, 1967.
- [11] Pálmai Z., Az acélok struktúrájának hatása a megmunkálhatóságukra. Megjelent: A szilárdtestkutatás újabb eredményei 20. kötetben, Akadémiai Kiadó, Budapest 1988., szerkesztette Siklós Tivadar, pp.61-79.
- [12] Shaw MC. *Metal Cutting Principles*. Oxford: Claderon Press, 1984.
- [13] MacGregor, C.W., J.C. Fisher, A Velocity-Modified Temperature for the Plastic Flow of Metals. *Journal of Applied Mechanics* 1946. March A-11-a-16.
- [14] Pálmai Z., Chaotic Phenomena in Fast Plastic Deformation (in the case of cutting). *Materials Science Forum* Vols. 473-474 (2005) pp. 369-374.
- [15] Pálmai Z. Aperiodic Deformation Occuring as a Result of Thermoplastic Instability of Metals. *Trans Tech Publications, Mater. Sci. Forum*, Vols. 537-538 (2007) pp 541-548.
- [16] Pálmai Z. Chaotic Phenomena Induced by the Fast Plastic Deformation of Metals During Cutting. *Trans. of the ASME, J. of Appl. Mechanics*. 2006. March. 73: 240-245.
- [17] Csernak G, Pálmai Z. Exploration of the chaotic phenomena induced by fast plastic deformation of metals. *Int. J. Adv. Manuf. Technol (Springer)* 2009. 40: 270-276.
- [18] Pálmai Z., Some problems in modelling of the fast deformation of metals. *Materials Science Forum* Vol. 589 (2008) pp 335-340
- [19] Eberly, D.H., K. Shoemaker, *Game Physics*. Elsevier – Morgan Kaufman Publishers. 2004.
- [20] Csernák G., Pálmai Z. A simple nonlinear cutting model for the quick qualitative description of chip formation. *ICTAM 2012*. Beijing, China, 19-24 August, 2012.
- [21] Pálmai Z., Csernák G., Effect of built-up edge-induced oscillations on chip formation. *Journal of Sound and Vibration* 332 (2013) 2057-2069.
- [22] Shteinberg, I.S., *Ustranenie vibratsij, voznykayushchih pri rezanii metallov na tokarnom stanke*. Moscow, Mashgiz, 1947.

Nomenklatúra

Jel	Menevezés	Jel	Megnevezés
a	Termikus lágyulás konstansa	T	Hőmérséklet az aktív nyírási zónában, °K
b	Termikus konstans	T ₀	Hőmérséklet az inaktív zónában, °K
c	Fajhő, J/kg.K	T _{max}	Maximális hőmérséklet a nyírási zónában, °K
c _τ	Ludwik konstans, MPa	T _m	Sebességgel módosított hőmérséklet, °K
f	Előtolás, mm/ford	T _{ref}	Referencia hőmérséklet, °K °K

Pálmai Z, *Anyagok Világa (Materials World) 2 (2013) 1- 33*

h	Leválasztott rétegvastagság, mm	T_{mref}	Sebességgel módosított referencia hőmérséklet, °K
l	Fogásmélység, mm	T_w	Munkadarab hőmérséklet, °K
k	Alakítási sebességérzékenységi konstans	T_ϕ	Hőmérséklet a nyírási zónában, °K
m_r	Szerszámélre redukált tömeg, kg	α	Szerszám homlokszög, (°)
n	Alakítási keményedés kitevője	γ	Nyírási deformáció
p	Megoszló terhelés, MPa	$\bar{\gamma}$	Szögtorzulás a nyírási zónában, (°)
r	Belső energia fajlagos megváltozása, %	$\hat{\gamma}$	Fajlagos nyírási deformáció
r_p	Szerszám éllekerekedés sugara, mm	γ_m	Maximális nyírási deformáció
t	Idő, s	δ	Nyírási zóna szélessége, mm
t_c	Élissakképződés ciklusideje, s	δt	Anyag áthaladási ideje a nyírási zónában, s
t_{kc}	Kis ciklusok ideje, s	$\hat{\delta t}$	Dimenziótlan áthaladási idő a nyírási zónában
\hat{t}	Dimenziótlan idő	ε_ϕ	Nyírási deformáció folyóforgács képződésénél
y	Elmozdulás a nyírási síkban, mm	$\dot{\varepsilon}_\phi$	Nyírási deformáció-sebesség folyóforgácsnál, s^{-1}
y_{el}	Rugalmas elmozdulás, mm	ϕ	Nyírási sík hajlásszöge, (°)
y_{pl}	Képlékeny elmozdulás, mm	η	Dimenziótlan rendszerparaméter
v	Forgácsolósebesség, m/s	κ_r	Szerszámél elhelyezési szög, (°)
v_c	Forgácssebesség, m/s	λ	Hővezetési tényező, W/m ⁰ K
v_ϕ	Sebesség a nyírási zóna irányában, m/s	λ'	Exponens
v_{eff}	Effektív forgácsolósebesség, m/s	ξ	Dimenziótlan rendszerparaméter
z	Rugalmas elmozdulás v irányában, mm	μ	Surlódási tényező
E	Rugalmassági modulusz, MPa	ν	Termikus lágyulás konstansa, MPa/°K
F	Eredő forgácsolóerő, N	ω	Frekvencia, s ⁻¹
F_n	Szerszámfelületre merőleges erő, N	Ω	Dimenziótlan frekvencia
F_t	Szerszám homlokfelület irányú erő, N	ρ	Sűrűség, kg/m ³
$F_{\phi n}$	Nyírási zónára merőleges erő, N	ρ_ϕ	Belső surlódás félkúpszöge a nyírási zónában, (°)

$F_{\phi t}$	Nyírási zónába eső erő, N	σ	Nyomófeszültség a homloklapon, MPa
F_v	Főforgácsolóerő, N	τ	Csúsztatófeszültség a nyírási zónában, MPa
H	Fajlagos rétegvastagság változás	τ_0	Ludwik-képlet konstansa, MPa
K	Időlépés, s	$\hat{\tau}$	Dimenziótlan csúsztatófeszültség
L	Érintkezési hossz a homloklapfelületen, mm	τ_{ϕ}	Csúsztatófeszültség folyóforgácsnál, MPa
L_{cikl}	Élcsák távolsága a forgácson, mm	τ'_{ref}	Referencia nyírófeszültség, MPa
L_{ck}	Kisciklus távolság a forgácson, mm	ζ	Dimenziótlan csúsztatófeszültség

Függelékek

F1. Forgácsolásméleti összefüggések

A forgácsleválasztással kapcsolatos fő forgácsolásméleti összefüggések a következőkben foglalhatók össze [9]. A forgács sebessége a 10. ábra vektordiagramja alapján

$$v_{forg} = v \frac{\sin \Phi}{\cos(\Phi - \alpha)}, \quad (F1/1)$$

a sebességnek a nyírási zónába eső vetülete

$$v_{\phi} = v \frac{\cos \alpha}{\cos(\Phi - \alpha)}, \quad (F1/2)$$

ahol Φ a nyírási zónának a forgácsolósebesség irányával bezárt szöge, α a szerszám homlokszöge (Megjegyzendő, hogy a homlokszöget a forgácsolási szakirodalomban gyakran γ -val jelölik, azonban itt a képlékenység-elméleti megfontolásoknál a szögtorzulásra általánosan alkalmazott γ -t használva a homlokszöget az angolszász szakirodalomban szokásosan α jelöli.)

Gyakran használatos az u.n. forgács-alakváltozási tényező, amely a forgács és a leválasztott anyagréteg vastagságának a hányadosa, azaz

$$\xi = \frac{\cos(\Phi - \alpha)}{\sin \Phi}, \quad (F1/3)$$

minthogy pedig ξ egyszerű méréssel meghatározható a forgácsról, ezzel a Φ

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{\cos \alpha}{\xi - \sin \alpha} \quad (F1/4)$$

A nyírási zónában a deformáció a $\bar{\gamma}$ szögtorzulás tangenseként definiálható, azaz $\gamma = \text{tg}\bar{\gamma}$.

Folyóforgács keletkezésénél a deformációt az u.n. főalakváltozással szokás megadni, amely valójában a 10. ábrán látható $\bar{\gamma}$ képlékeny szögtorzulás tangense, és az

$$\varepsilon_{\Phi} = \frac{\cos \alpha}{\sin \Phi \cdot \cos(\Phi - \alpha)} = \text{tg}(\Phi - \alpha) + \text{ctg}\alpha \quad (\text{F1/5})$$

képletekből számítható [9, 12].

A nyírási zónában végbemenő alakváltozás nagyságáról egyszerű számítással meggyőződhetünk. Egyszerűsítésként feltéve, hogy $\Phi = \alpha = 30^\circ$, ebből $\varepsilon_{\Phi} = \text{tg}\bar{\gamma}$, az (F1/5) felhasználásával $\bar{\gamma} = \text{arctg}[\text{ctg}\Phi] = 90^\circ - \Phi = 60^\circ$, tehát a tapasztalattal egyezően nagy deformáció adódik.

A deformáció sebessége folyóforgács képződésénél a δ vastagságú nyírási zónában

$$\frac{d\varepsilon_{\Phi}}{dt} = \dot{\varepsilon}_{\Phi} = \frac{\cos \alpha}{\cos(\Phi - \alpha)} \frac{v}{\delta} \quad (\text{F1/6})$$

A forgácsolóerő meghatározására a bevezetőben említett sok statikus modell valamelyikének felhasználása helyett azzal a feltételezéssel élünk, hogy a nyírási zónában ébredő τ_{Φ} csúsztatófeszültség főleg a megmunkált alkatrész anyagjellemzőjének tekinthető, és meglehetősen egyértelmű kapcsolatba hozható a mechanikai anyagjellemzőkkel [10], amelynek segítségével az eredő forgácsolóerő leírható,

$$F = \frac{\tau_{\Phi}}{\sin \Phi \sin \rho_{\Phi}} q \quad (\text{F1/7})$$

ahol ρ_{Φ} a 10. ábrán a nyírási zónában értelmezett belső súrlódási félkúpszög, q a leválasztott anyag keresztmetszete.

Ez az eredő forgácsolóerő felbontható a v forgácsolóerő irányába eső u.n.főforgácsolóerőre

$$F_v \cong \tau_{\Phi} [\text{ctg}\Phi + \text{ctg}\rho_{\Phi}] q, \quad (\text{F1/8})$$

és előtolóerőre

$$F_f \cong \tau_{\Phi} [\text{ctg}\Phi \text{ctg}\rho_{\Phi} - 1] q \quad (\text{F1/9})$$

F2. Anyagegyenlet

A nyírási zónában ébredő τ csúsztatófeszültség (6) egyenletébe az (5) behelyettesítésével a

Pálmai Z, *Anyagok Világa (Materials World) 2 (2013) 1- 33*

$$\tau = \tau'_{\text{ref}} - v \left[T \left(1 - k \ln \frac{\dot{\gamma} T_{\phi}}{\dot{\epsilon}_{\phi} T} \right) - T_{\phi} \left(1 - k \ln \frac{\dot{\epsilon}_{\phi} T_{\phi}}{\dot{\epsilon}_{\phi} T_{\phi}} \right) \right], \quad (\text{F2/1})$$

egyenlet adódik, ahol a szögletes zárójeles kifejezés második tagja T_{ϕ} -re egyszerűsödik. Dimenziótlan alakra áttérve (1) és (3) felhasználásával a (9) képletből a

$$\hat{\tau}'_{\text{ref}} = \tau_{\phi} \frac{1 + \epsilon_{\phi}^n \hat{\gamma}^n}{1 + \epsilon_{\phi}^n} \quad (\text{F2/2})$$

kifejezés kapható, amelyet az (F2/1) egyenletbe helyettesítve és szintén dimenziótlan alakra áttérve, a T hőmérsékletnél (2) felhasználásával

$$\hat{\tau} = \frac{1 + \epsilon_{\phi}^n \hat{\gamma}^n}{1 + \epsilon_{\phi}^n} - \frac{v}{\tau_{\phi}} \left[T_w (\hat{T} - \hat{T}_{\phi}) - T_w (\hat{T} + 1) \right] k \ln \frac{\dot{\gamma} \hat{T}_{\phi} + 1}{\dot{\epsilon}_{\phi} \hat{T} + 1} \quad (\text{F2/3})$$

Bevezetve az

$$a = \frac{v T_w}{\tau_{\phi}} \quad (11)$$

dimenziótlan kifejezést és a

$$b = ka \quad (12)$$

jelölést, az (F2/3) egyenlet a

$$\hat{\tau} = \frac{1 + \epsilon_{\phi}^n \hat{\gamma}^n}{1 + \epsilon_{\phi}^n} - a \left[(\hat{T} - \hat{T}_{\phi}) - (\hat{T} + 1) \right] \frac{b}{a} \ln \frac{\dot{\gamma} \hat{T}_{\phi} + 1}{\dot{\epsilon}_{\phi} \hat{T} + 1} \quad (\text{F2/4})$$

alakra hozható, amely átrendezve a

$$\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\epsilon}_{\phi}} = F(\hat{\tau}(\hat{t}), \hat{T}(\hat{t}), \hat{\gamma}(\hat{t})) = \frac{\hat{T} + 1}{\hat{T}_{\phi} + 1} \exp \frac{\tau - \frac{1 + \epsilon_{\phi}^n \hat{\gamma}^n}{1 + \epsilon_{\phi}^n} + a(\hat{T} - \hat{T}_{\phi})}{b(\hat{T} + 1)} \quad (10)$$

anyagegyenletet adja.

F3. Egyensúlyi egyenletek

F3.1. Mechanikai egyensúlyi egyenlet

A mechanikai egyensúlyi egyenlet levezethető a forgácsolóerőnek a nyírási síkba eső vetületéből, amely két módon is felírható (10. ábra):

$$F_{\phi} = b \int_0^L p(x) dx [\cos(\phi - \alpha) - \mu \sin(\phi - \alpha)] = \tau \frac{bh}{\sin \phi} \quad (F3/1)$$

ahol $\mu = \text{tg} \rho$. Integrálás és az egyenlet átrendezése után

$$\tau = \frac{\sigma}{h} \frac{L}{1 + \lambda'} [1 - \mu \text{tg}(\phi - \alpha)] \sin \phi \cos(\Phi - \alpha) \quad (F3/2)$$

A forgácsolósebességnek a nyírási síkba eső v_{ϕ} vetülete két komponensre bontható. A mozgás két összetevője a 10. ábra szerint a nyírási zónában végbemenő képlékeny deformáció, azaz a $\bar{\gamma}$ képlékeny szögtorzulás, amelyből $\Delta y_{pl} = \delta \cdot \bar{\gamma}$, azaz $\dot{y}_{pl} = \delta \dot{\gamma}$, és a forgácsnak a nyírási zónával párhuzamos összenyomódása, $\Delta y_{el} = h \sigma / E \sin \Phi$, vagyis

$$\dot{y}_{el} = \frac{h}{E \sin \Phi} \dot{\sigma} \quad (F3/3)$$

A két mozgás együtt valósul meg

$$v_{\phi} = \dot{y}_{pl} + \dot{y}_{el} = \delta \dot{\gamma} + \frac{h}{E \sin \Phi} \dot{\sigma}, \quad (F3/4)$$

Felhasználva a (10) $F(t) = F(\hat{t}) = \dot{\gamma} / \dot{\epsilon}_{\phi}$ anyagegyenletet,

$$\dot{y}_{el} = v_{\phi} - \delta \dot{\gamma} = v_{\phi} \left[1 - \frac{\delta}{v_{\phi}} \dot{\gamma} \right] = v_{\phi} (1 - F(\hat{t})) = \frac{h}{E \sin \Phi} \dot{\sigma} \quad (F3/5)$$

Végeredményben az (F3/2) felhasználásával, átrendezés után

$$\dot{\tau} = \frac{ELv \sin^2 \Phi \cos \alpha [1 - \mu \text{tg}(\Phi - \alpha)]}{h^2 (1 + \lambda')} (1 - F(\hat{t})) \quad (F3/6)$$

A dimenziótlan idő K időlépését célszerűen megválasztva végeredményben a mechanikai egyensúlyi egyenlet

$$\frac{d\hat{t}}{dt} = 1 - F(\hat{t}), \quad (13)$$

amely egy autonóm, nemlineáris differenciálegyenlet, az időlépés pedig

$$K = \frac{(1 + \lambda') \tau_{\phi} h^2}{LEv \sin^2 \Phi \cos \alpha [1 - \mu \text{tg}(\Phi - \alpha)]} \quad (14)$$

F3.2. Deformáció egyenlet

A szögtorzulás sebessége a (10) egyenletből $d\hat{\gamma} / d\hat{t} = F(\hat{t}) d\hat{\epsilon} / d\hat{t}$. Alapértelmezésből következik, hogy folyóforgács keletkezésekor a nyírási deformáció sebessége $d\hat{\epsilon}_{\phi} / d\hat{t} = 1 / \delta \hat{t}$.

Így a szögtorzulás

$$\hat{\gamma} = \frac{d\hat{\epsilon}_\Phi}{dt} \int_{\hat{t}-\delta\hat{t}}^{\hat{t}} F(\hat{t})d\hat{t} = \frac{1}{\delta\hat{t}} \int_{\hat{t}-\delta\hat{t}}^{\hat{t}} F(\hat{t})d\hat{t} \quad (\text{F3/7})$$

Végül a határozott integrál differenciálási szabálya szerint

$$\frac{d\hat{\gamma}}{dt} = \frac{F(\hat{t}) - F(\hat{t} - \delta\hat{t})}{\delta\hat{t}}, \quad (16)$$

amely időkéésés autonóm differenciálegyenlet.

F3.3. Energiaegyenletek

Az 5.3. fejezetben felsorolt feltételezésekkel az aktív nyírási zóna hőtartalom-változása

$$c\delta\dot{T} = r\tau\dot{\gamma} - c\rho(T - T_0) \frac{v \sin \Phi}{\delta} - \frac{4\lambda(T - T_0)}{\delta^2} \quad (\text{F3/8})$$

Dimenzió nélküli alakra áttérve az aktív képlékeny zóna energiaegyenlete

$$\frac{d\hat{T}(\hat{t})}{dt} = \eta\hat{\tau}(\hat{t})F(\hat{t}) - (\xi + \zeta)[T(\hat{t}) - T_0(\hat{t})] \quad (19)$$

ahol a rendszerparaméterek

$$\eta = \frac{rK\tau_\Phi}{c\rho T_w} \frac{v \cos \alpha}{\delta \cos(\Phi - \alpha)} \quad (\text{F3/9})$$

$$\xi = \frac{1}{\delta\hat{t}} = \frac{Kv \sin \Phi}{\delta} \quad (\text{F3/10})$$

$$\zeta = \frac{4\lambda K}{\delta^2} \quad (\text{F3/11})$$

Az inaktív zóna energiaegyenlete hasonló megfontolásokkal

$$\frac{d\hat{T}_0(\hat{t})}{dt} = \zeta[T(\hat{t}) - 2T_0(\hat{t})] - \xi\hat{T}_0(\hat{t}) \quad (20)$$

F4. A mechanikai egyensúlyi egyenlet általánosítása változó rétegvastagságra

Mínt hogy h most már szintén változik az időben, ezért a (F3/3) egyenlet módosul, és

Pálmai Z, *Anyagok Világa (Materials World)* 2 (2013) 1- 33

$$\dot{y}_{el} = \frac{\dot{h} \cdot \sigma + h \cdot \dot{\sigma}}{E \sin \phi} \quad (F4/1)$$

Ezzel most a (F3/4) egyenlet az összevonások után

$$\dot{\sigma} = \frac{E \cdot v_{\phi} \sin \phi [1 - F(t)]}{h} - \frac{\sigma \cdot \dot{h}}{h} \quad (F4/2)$$

A leválasztott réteg vastagságának (21) képletét felhasználva, a szükséges műveletek és átrendezések elvégzése után

$$\frac{d\tau}{dt} = [1 - \mu \operatorname{tg}(\phi - \alpha)] \frac{E \cdot L \cdot v \sin^2 \phi \cdot \cos \alpha}{(\lambda' + 1) \cdot h^2 \cos(\phi - \alpha)} [1 - F(t)] - 2 \frac{\tau}{h} \frac{dh}{dt}, \quad (F4/3)$$

és dimenziótlan alakra áttérve végül is a mechanikai egyensúlyi egyenlet

$$\frac{d\hat{\tau}}{d\hat{t}} = \frac{1 - F(\hat{t})}{[1 + f(\hat{t})]^2} - \frac{2\hat{\tau}}{1 + f(\hat{t})} \frac{df(\hat{t})}{d\hat{t}} \quad (22)$$